ENCUESTAS POR MUESTREO: APLICACIONES ECONÓMICAS, SOCIALES Y MEDIO AMBIENTALES

**Ejercicio tema 2. Elementos de inferencia.**

**Sea el diseño muestral *d* con probabilidades:**

**P((1,2)) = 0,1;**

**P((2,1)) = 0,2;**

**P((1,2,3)) = 0,4;**

**P((1,2,3,4)) = 0,1;**

**P((3,2,4,1)) = 0,2**

**y el siguiente estimador lineal del total *T(Y)***

**e(1,2) = 4Y1;**

**e(2,1) = Y1;**

**e(1,2,3) = Y1 + Y2 + Y3;**

**e(1,2,3,4) = 4Y2 + 4Y3;**

**e(3,2,4,1) = Y2 + Y3 + 5Y4**

**Construir otro estimador lineal de *T(Y ),* *e\** tal que *E((e\*)2 ) ≤ E(e2)* uniformemente en *Y*. ¿Qué resultado has utilizado?**

Basándonos en la comparación de estimadores (apartado 3.2 del tema 2), se ha recurrido al teorema 3.10 que nos dice que “el estimador *e\*,* versión reducida o simetrizada del estimador *e* del parámetro *θ*, es como mínimo igual de preciso que *e”*. Se procede, entonces, a calcular el estimador del espacio reducido porque puede garantizar que se cumpla la condición dada, *E((e\*)2 ) ≤ E(e2*). Para ello se realizan los siguientes pasos:

**PASO 1. Calcular el espacio muestral reducido*(e\*)* de los estimadores dados.**

e(1,2)

**e\*(1,2)**

e(2,1)

e(1,2,3) **e\*(1,2,3)**

e(1,2,3,4)

**e\*(1,2,3,4)**

e(3,2,4,1)

**PASO 2. Realizar un diseño muestral reducido.**

Recurrimos a la definición 3.7 del tema 1 que nos dice que se llama versión simetrizada o reducida de un diseño muestral ordenado *d\* = (S\*d, P\*d)* al diseño que se obtiene definiendo *Sd = r(S\*d)* y

Pd(s) =∑s∗≈s Pd(s∗) ∀s ∈ Sd

P((1,2)) = 0,1

+ **P(e\*(1,2)) = 0,3**

P((2,1)) = 0,2

P((1,2,3)) = 0,4 **P(e\*(1,2,3)) = 0,4**

P((1,2,3,4)) = 0,1

+ **P(e\*(1,2,3,4)) = 0,3**

P((3,2,4,1)) = 0,2

**PASO 3. Calcular la versión reducida de un estimador.**

Pasamos a calcular la versión reducida del estimador apoyándonos en la definición 2.3 del tema 2 que nos dice que se llama versión reducida o simetrizada de un estimador *e(s, y)* de un parámetro *θ(y)* al estimador

e\* = ∑s∗≈s e(s\*, y)Pd(s∗)/∑s∗≈s Pd(s∗),

donde la sumatoria se extiende a todas las muestras *s\** del diseño muestral *d* que son equivalentes a *s*.

**e\*(1,2)** = e (1,2)0,1 + e(2,1)0,2/0,3 =4Y1 0,1 + Y1 0,2/0,3 = 0,4Y1 + 0,2Y1/0,3 = 0,6Y1/0,3 = **0,2Y1**

**e\*(1,2,3)** = e (1,2,3)0,4/0,4 = **Y1 + Y2 + Y3**

**e\*(1,2,3,4)** = e(1,2,3,4) 0,1 + e(3,2,4,1)0,2/0,3 = (4Y2 + 4Y3)0,1 + (Y2 + Y3 + 5Y4)0,2/0,3 = 0,4Y2 + 0,4Y3 + 0,2Y2 + 0,2Y3 +Y4/0,3 = 0,6Y2 + 0,6Y3 +Y4/0,3 = **0,2Y2 +0,2Y3 + 1/0,3Y4**

**PASO 4. Calculamos la esperanza de cada estimador.**

E(e) = ∑e Pd y, E(e\*) = ∑e\* P\*d

**E(e)** = (4Y1)0,1 + (Y1)0,2 + (Y1 + Y2 + Y3)0,4 + (4Y2 + 4Y3)0,1 + (Y2 + Y3 + 5Y4)0,2 = 0,4Y1 + 0,2Y1 + 0,4Y1 + 0,4Y2 + 0,4Y3 + 0,4Y2 + 0,4Y3 + 0,2Y2 + 0,2Y3 + Y4 = **Y1 + Y2 + Y3 + Y4**

**E(e\*)** = (0,2Y1)0,3 + (Y1 + Y2 + Y3 )0,4 + (0,2Y2 +0,2Y3 + 1/0,3Y4)0,3 = 0,06Y1 + 0,4Y1 + 0,4Y2 + 0,4Y3 + 0,06Y2 +0,06Y3 + Y4 = **0,46Y1 + 0,46Y2 + 0,46Y3 + Y4**

**PASO 5. Calculamos la esperanza de cada estimador al cuadrado*.***

E((e)2) = ∑e2 Pd y, E((e\*)2)= ∑ (e\*)2 P\*d

**E((e)2)**= (4Y1)2 0,1 + (Y1)2 0,2 + (Y1 + Y2 + Y3)2 0,4 + (4Y2 + 4Y3)2 0,1 + (Y2 + Y3 + 5Y4)2 0,2 = 0,8Y1 + 0,2Y1 + 0,4Y1 + 0,4Y2 + 0,4Y3 + 0,8Y2 + 0,8Y3 + 0,2Y2 + 0,2Y3 + 2Y4 = **1,4Y1 + 1,4Y2 + 1,4Y3 + 2Y4**

**E((e\*)2)** = (0,2Y1)2 0,3 + (Y1 + Y2 + Y3 )2 0,4 + (0,2Y2 +0,2Y3 + 1/0,3Y4)2 0,3 = 0,012Y1 + 0,4Y1 + 0,4Y2 + 0,4Y3 + 0,012Y2 +0,012Y3 + 3,33Y4 = **0,412Y1 + 0,412Y2 + 0,412Y3 + 3,33Y4**

**PASO 6. Comprobamos que se cumple la condición requerida.**

*E((e\*)2 ) ≤ E(e2)*

**0,412Y1 + 0,412Y2 + 0,412Y3 + 3,33Y4 ≤ 1,4Y1 + 1,4Y2 + 1,4Y3 + 2Y4**